Tema: Racionalización del denominador. Potencia de exponente fraccionario.

significa

transformar una expresión con denominador irracional en otra equivalente con denominador racional.

Caso 1: El denominador es una raíz.

- Si es una raíz cuadrada, debemos multiplicar por la misma raíz tanto el denominador como el numerador (para mantener la equivalencia).

a) $$\frac{2.\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \underbrace{\frac{2.\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}_{} = \frac{2.\sqrt{6}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{2.\sqrt{6}}{\cancel{(\sqrt{2})^2}} = \frac{2.\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$$

Como se multiplica la base por si misma 2 veces, podemos escribirla como potencia.

b) $$\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{3 \cdot \sqrt{7}}{7}$$

Denominador Irracional — *Denominador Racional*

- Si es una raíz cuyo índice es diferente a 2, debemos multiplicar por una raíz cuyo índice sea igual al del denominador y el radicando debe ser un número cuyo exponente sea lo faltante para obtener el índice, es decir, que obtengamos el mismo índice a partir de la propiedad producto de potencias de igual base.

a) $$\frac{1}{\sqrt[5]{3^2}} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt[5]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^3}}}_{} = \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\cancel{\sqrt[5]{3^5}}} = \frac{\sqrt[5]{3^3}}{3}$$

Como es una multiplicación con igual índice, colocamos todo bajo el mismo radicando, aplicamos producto de potencia de igual base. Nos quedará el mismo índice y el mismo exponente.

b) $$\sqrt[5]{\frac{1}{4^3}} = \frac{\sqrt[5]{1}}{\sqrt[5]{4^3}} = \frac{1}{\sqrt[5]{4^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{4^2}}{\sqrt[5]{4^2}} = \frac{\sqrt[5]{4^2}}{\cancel{\sqrt[5]{4^5}}} = \frac{\sqrt[5]{16}}{4}$$

c) $$\frac{p}{\sqrt[3]{a.p^6c^8}} = \frac{p}{p^2.c^2.\sqrt[3]{a.c^2}} = \frac{p}{p^2.c^2.\sqrt[3]{a.c^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2.c}}{\sqrt[3]{a^2.c}} = \frac{p\sqrt[3]{a^2.c}}{p^2.c^2.\sqrt[\cancel{3}]{a^{\cancel{3}}.c^{\cancel{3}}}} = \frac{\cancel{p}\sqrt[3]{a^2.c}}{p^{\cancel{2}}.c^2.a.c} = \frac{\sqrt[3]{a^2.c}}{a.p.c^3}$$

También podemos omitir la extracción y obtener un exponente múltiplo del índice:

Multiplicamos numerador y denominador por $\sqrt[3]{a^2.c}$. El exponente de **b** no se modifica pues es múltiplo de 3.

$$\frac{p}{\sqrt[3]{a.p^6.c^8}} = \frac{p}{\sqrt[3]{a.p^6.c^8}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2c}}{\sqrt[3]{a^2c}} = \frac{p.\sqrt[3]{a^2c}}{\sqrt[\cancel{3}]{a^{\cancel{3}}p^{\cancel{6}}c^{\cancel{9}}}} = \frac{p\sqrt[3]{a^2c}}{a.p^2.c^3} = \frac{\sqrt[3]{a^2c}}{a.p.c^3}$$

Caso 2: El denominador es un binomio: se multiplica tanto el numerador como el denominador por el conjugado del denominador.

EL CONJUNGADO, es el binomio cuyo 2do término es el opuesto.

Por ejemplo

- (1+3), el conjugado es (1-3)
- $(\sqrt{3}+2)$, el conjugado es $(\sqrt{3}-2)$

a) $$\frac{4}{1-\sqrt{3}} = \frac{4}{(1-\sqrt{3})}\cdot\frac{(1+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})} = \frac{4(1+\sqrt{3})}{1^2-\sqrt{3^2}} = \frac{4(1+\sqrt{3})}{-2} = -2-2\sqrt{3}$$

Se multiplica por su conjugado para aplicar la diferencia de cuadrados

b) Para obtener un número racional, multiplicamos numerador y denominador por $\sqrt{7}+\sqrt{3}$ (conjugado de $\sqrt{7}-\sqrt{3}$)

Utilizando el resultado: $(a+b)\cdot(a-b) = a^2-b^2$, obtenemos:

$$\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{\cancel{2}^{1}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\underbrace{7-3}_{\cancel{4}_{2}}} = \frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{2}$$

denominador racional

c)

lo podemos expresar como cuadrado de un binomio

$$\frac{1-\sqrt{11}}{1+\sqrt{11}} = \frac{\left(1-\sqrt{11}\right)\left(1-\sqrt{11}\right)}{\left(1+\sqrt{11}\right)\left(1-\sqrt{11}\right)} = \frac{\left(1-\sqrt{11}\right)^2}{1^2-\left(\sqrt{11}\right)^2} = \frac{1-2\sqrt{11}+\left(\sqrt{11}\right)^2}{1-11} =$$

$$= \frac{1-2\sqrt{11}+11}{-10} = \frac{12-2\sqrt{11}}{-10} = \frac{-6+\sqrt{11}}{5}$$

denominador racional

Actividades:

1) Racionaliza: (conviene factorizar primero el denominador)

a) $\frac{12}{\sqrt[5]{8}} = \frac{12}{\sqrt[5]{2^3}}$

b) $\frac{9b}{\sqrt{3}}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} =$

d) $\frac{12}{\sqrt{2}-4} =$

e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{4}} =$

f) $\frac{3.\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} =$

g) $\frac{2a^3b^4}{\sqrt{ab^3}} =$

h) $\frac{3t}{\sqrt[3]{27t^5y^2}} =$

i) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

j) $\frac{4}{2.\sqrt[3]{32}}$

POTENCIA DE EXPONENTE FRACCIONARIO:

Toda potencia de exponente fraccionario se transforma en una raíz cuya base es el radicando, el numerador del exponente es exponente del radicando y el denominador del exponente es índice de la raíz. Ej.: $4^{1/2} = \sqrt{4}$;

$$4^{3/2} = \sqrt{4^3} = \sqrt{(2^2)^3} = \sqrt{2^6} = 2^3$$

se factoriza

se extrae/simplifica

2) Escribir como radical y extraer en caso que se pueda (en caso de exponente negativo, recordar que se invierte la base, luego se transforma en radical).

a) $27^{1/3} =$ ………….
b) $2^{3/2} =$ ……………..
c) $(1/8)^{-2/3} =$ …………….
d) $32^{-1/5} =$ ……………..

3) Escribe como potencia:

a) $\sqrt{5} =$ ………
b) $\sqrt[3]{2} =$ …………..
c) $\sqrt[5]{a^2} =$ ……………..
d) $\sqrt[6]{64} =$ ……………...