Potenciación en R

Se llama potencia de un número real **a** al producto de **n** factores iguales $a^n = \underbrace{a.a.a....a}_{n \text{ veces}} = b$ $a \in \mathbf{R}$ $b \in \mathbf{R}$ **y** $n \in \mathbf{N}$

Casos particulares:

$a^1 = a$	$a^0 = 1$	$1^n = 1$	$0^n = 0$

Regla de los signos: $a^n = b$
- si $a > 0 \longrightarrow b > 0$ (si n es par o impar)
- si $a < 0 \longrightarrow b > 0$ (si n es par)
- si $a < 0 \longrightarrow b < 0$ (si n es impar)

Potencia de exponente negativo ($n \in Z$) :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Propiedades de la potenciación:

1- Propiedad distributiva:

a- La potenciación no es distributiva con respecto a la adición y sustracción.

$$(a+b)^n \neq a^n + b^n \qquad (a-b)^n \neq a^n - b^n$$

b- La potenciación es distributiva con respecto a la multiplicación y división.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \qquad (a:b)^n = a^n : b^n$$

2- Producto de potencias de igual base:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

3- Cociente de potencias de igual base:

$$a^x : a^y = a^{x-y}$$

4- Potencia de otra potencia:

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

Radicación en R

$$\sqrt[n]{a} = b \Rightarrow b^n = a$$

Se llama raíz enésima de un número **a** a otro número **b**, tal que **b** elevado a **n** es igual a **a**.

$a \in \mathbf{R}$ $b \in \mathbf{R}$ $n \in \mathbf{N}$

Regla de los signos: $\sqrt[n]{a} = b$
- si $a > 0 \longrightarrow \sqrt[n]{a} > 0$ (si n es par o impar)
- si $a = 0 \longrightarrow \sqrt[n]{a} = 0$
- si $a < 0 \longrightarrow \sqrt[n]{a} < 0$ (si n es impar)
- si $a < 0 \longrightarrow \sqrt[n]{a} \notin \mathbf{R}$ (si n es par)

Propiedades de la radicación:

1- Propiedad distributiva:

a- La radicación no es distributiva con respecto a la adición y sustracción.

$$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \qquad \sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$$

b- La radicación es distributiva con respecto a la multiplicación y división.

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \qquad \sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

La propiedad distributiva también se puede aplicar:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \qquad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b}$$

2- Raíz de raíz :

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

I) Resuelve las siguientes OPERACIONES COMBINADAS con fracciones y decimales:

a) $(3\cdot 0{,}7-1{,}6)^2-\sqrt{0{,}81}+0{,}05=$

b) $\left(\frac{3}{5}-\frac{3}{10}\right)^2\cdot 1{,}\widehat{1}-\sqrt{0{,}5^2+0{,}6\cdot 0{,}4}=$

c) $\sqrt{0{,}9-0{,}3^2}-0{,}4^2:\sqrt{0{,}04}+(0{,}3-1)^2=$

d) $(1{,}\widehat{3}-0{,}8\widehat{3})^3+2^{-2}-\sqrt{\frac{3}{4}-0{,}5}=$

e) $\sqrt{0{,}000009}+0{,}3^3+(0{,}5:2-1)\cdot 0{,}6=$

f) $\sqrt{(3^{-2}+0{,}\widehat{6}):\frac{1}{7}}-\left(1{,}5-\frac{5}{6}\right)^2-2{,}\widehat{3}=$

g) $0{,}3^3+0{,}7^3-\sqrt[3]{(2{,}3-0{,}7)\cdot 0{,}2^2}-2^{-1}=$

h) $\left(\frac{2}{5}-1\right)^{-1}+(0{,}\widehat{4}-1{,}\widehat{2}):\frac{1}{2}+2{,}\widehat{2}=$

Recuerda que, al operar, todos los números deben expresarse en la misma forma, y que los números decimales periódicos debes pasarlos a forma de fracción.

II) Resuelve las siguientes ECUACIONES:

a) $\frac{3}{2}x^2-1=-\frac{1}{3}$

b) $5x^3+\frac{1}{25}=0$

c) $\frac{1}{3}x^3-\frac{4}{5}=\frac{13}{40}$

d) $\left(\frac{4}{5}x-1\right)^2=\frac{4}{9}$

e) $\sqrt{\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{4}$

f) $\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}\right)^3-1=\frac{37}{27}$

g) $\frac{3}{5}\cdot\sqrt{\frac{16}{11}x^2-\frac{1}{2}}+\frac{1}{10}=1$

h) $0{,}\widehat{6}+2{,}5x-\frac{1}{6}=-\frac{1}{2}$

i) $0{,}\widehat{5}\cdot\left(-\frac{3}{7}x+\frac{18}{35}\right)=1-0{,}\widehat{6}x$

j) $\frac{3}{4}x+\frac{4-x}{2}=3{,}5x+1{,}\widehat{6}$

k) $\frac{2x-3}{5}-0{,}\widehat{2}\cdot(3{,}6x-2{,}25)=1{,}2x-0{,}\widehat{3}$

l) $0{,}\widehat{3}\cdot(1{,}5x-5)+0{,}2x=\frac{2x-1}{5}$

Se llama ecuación a la igualdad entre dos expresiones algebraicas, que se denominan miembros de la ecuación. En las ecuaciones, aparecen relacionados a través de operaciones matemáticas, números y letras (incógnitas).

INECUACIONES:

Una inecuación es el enunciado de una desigualdad que incluye alguna de las siguientes relaciones de orden: “mayor que”(>); “menor que” (<); “mayor o igual que” (≥), y “menor o igual que” (≤). En la desigualdad aparece al menos una incógnita o valor desconocido y que se cumple para ciertos valores de ella.

¿Cómo resolver una inecuación?

Resolver una inecuación es encontrar los valores de la incógnita para los cuales se cumple la desigualdad. La solución de una inecuación es, por lo general, un intervalo o una unión de intervalos de números reales, por ello es que se puede representar haciendo uso de intervalos en la recta numérica, la cual contiene infinitos números reales.

Las reglas para la resolución de una inecuación son prácticamente las mismas que se emplean para la resolución de ecuaciones, pero deben tenerse presentes las propiedades de las desigualdades.

Como ya dijimos, se puede ilustrar la solución de una inecuación con una gráfica, utilizando la recta numérica y marcando el intervalo entre los números que dan solución a la desigualdad. Si la solución incluye algún extremo definido del intervalo, en la gráfica representamos dicho extremo con un círculo pintado; en cambio, si la solución no incluye el extremo, lo representamos mediante un círculo en blanco.

Resuelve las siguientes INECUACIONES

a) $\frac{2x+4}{3}<5$

b) $\frac{3}{4}\cdot(x-1)-\frac{1}{2}\le x$

c) $\frac{1}{2}+\frac{x-2}{3}>2\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)$

d) $x+\frac{2-x}{4}<\frac{1}{3}x$

e) $\frac{1}{2}\cdot\left(x-\frac{4}{3}\right)>-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}x$

f) $\frac{-3x-1}{4}\le 2+\frac{x}{2}$

g) $\frac{3x-2}{5}-0{,}8<\frac{3}{4}(1{,}2x-0{,}\widehat{6})+3x$

h) $3{,}75.\left(\frac{2}{5}x-0{,}2\widehat{6}\right)\le\frac{5x-1}{3}-0{,}3$

i) $\frac{3x-2}{5}-0{,}4>1{,}8\,(\frac{2}{3}x-0{,}1\widehat{6})$

j) $\frac{5}{4}(0{,}2\,x-0\,{,}32)-2x\ \ge\frac{3-x}{2}-1{,}2$

k) $\frac{3x-5}{4}-\frac{2x+3}{5}\ge 0{,}45x-0{,}35$

l) $0{,}35x-0{,}45<\ \frac{7x-3}{5}-\frac{3x+5}{4}$