FUNCIÓN EXPONENCIAL

Llamamos **función exponencial** a toda función: $\boxed{f(x) = k \cdot a^x}$

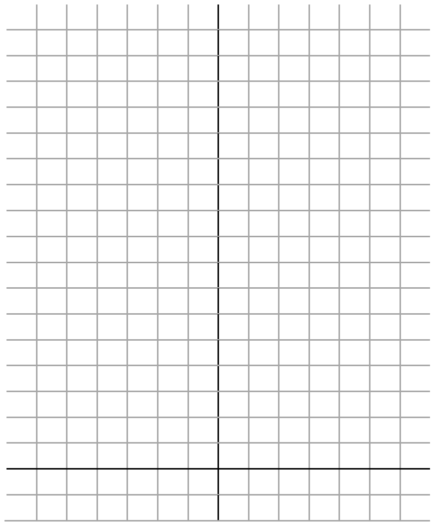
(donde **k** es el coeficiente de la función ($k \in R \wedge k \neq 0$) y **a** es la base de la función ($a \in R \wedge a \neq 0$)

Analizaremos la variación de la función de acuerdo con la variación de **a** y donde k=1

- Representar las siguientes funciones:

	$a > 1$		$0 < a < 1$	
x	1) $y=2^x$	2) $y=3^x$	3) $y=(1/2)^x$	4) $y=(1/3)^x$
-3				
-2				
-1				
0				
1				
2				
3				

NOTA: Luego de representarlas, verifica con el programa **Graphmatica o Geogebra** si las gráficas coinciden con las realizadas en papel.



Completa:

a) Dominio: ………….... b) Imagen: …….……

c) Si a>1 la función es ………..……..

d) Si 0< a <1 la función es ………………

e) Corta al eje "y" en el punto …………

f) Cuanto más grande sea el valor de **a** …………………….. crece la función.

g) Las funciones 1) y 3) son simétricas con respecto al eje ………

h) ¿Cuál es la ordenada (y) de la función 1) cuando x vale 1? ………. ¿y de la función 2)? ………..

Observa: el valor de "y" ¿con qué valor que se encuentra en la fórmula de la función coincide? ………

i) ¿Cuál es la ordenada (y) de la función 1) cuando x vale -1? ………. ¿y de la función 2)? ………..

Observa: el valor de "y" ¿es la inversa de quién? …………….. o sea 1/ ……

j) ¿Cuál es la ordenada (y) de la función 3) cuando x vale 1? ………. ¿y de la función 4)? ………..

Observa: el valor de "y" ¿con qué valor que se encuentra en la fórmula de la función coincide? ………

k) ¿Cuál es la ordenada (y) de la función 3) cuando x vale -1? ………. ¿y de la función 4)? ………..

Observa: el valor de "y" ¿es la inversa de quién? ……………… o sea 1/ ……

EN GENERAL: TODAS LAS FUNCIONES EXPONENCIALES DEL TIPO $y = a^x$ PASAN POR LOS PUNTOS (0 ; …..) ; (1 ; ……) Y (-1 ; ……)

Como la curva se acerca indefinidamente al eje "x" pero sin cortarlo, se dice que el mismo es asíntota de la función. Por lo tanto **y=0** es **asíntota horizontal** de la función.

Nota: Asíntota: es una recta a la cual la curva se aproxima indefinidamente sin llegar a "tocarla", pueden ser horizontales, verticales y oblicuas.

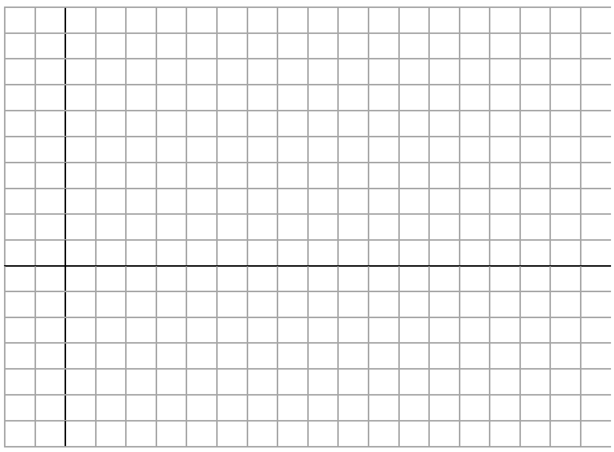
FUNCIÓN LOGARÍTMICA

La función logarítmica es inversa de la función exponencial

- Representar las siguientes funciones:

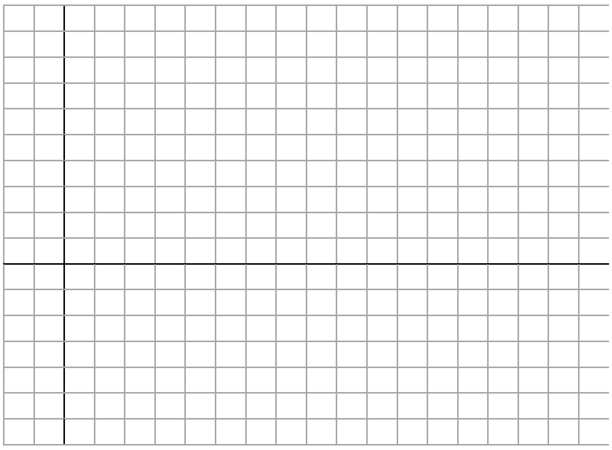
x	1) $y=\log_2 x$	x	2) $y = \log_3 x$
8		27	
4		9	
2		3	
1		1	
1/2		1/3	
1/4		1/9	
1/8		1/27	

a > 1



x	3) $y=\log_{1/2} x$	x	4) $y = \log_{1/3} x$
1/8		1/27	
1/4		1/9	
1/2		1/3	
1		1	
2		3	
4		9	
8		27	

$0 < a < 1$



<u>NOTA</u>: Luego de representarlas, verifica con el programa **Graphmatica o Geogebra** si las gráficas coinciden con las realizadas en papel. <u>Aclaración</u>: para las funciones logarítmicas debes escribir y=log (x) / log (3) o y=log (x)/log (1/3)

- Características generales de la función logarítmica:

* El dominio de la función logarítmica es ………………… y el conj. imagen …………….

* La función logarítmica (1 y 2) es ……………………. cuando “a” …………………………..

* La función logarítmica (3 y 4) es ……………………. cuando “a” ……………………………

* Corta al eje “x” en el punto: …………….

* Busca en las gráficas logarítmicas la abscisa (o sea el valor de x) correspondiente a la ordenada 1 (o sea el valor de y), entonces podemos decir que el punto (…. , 1) pertenece a la gráfica.

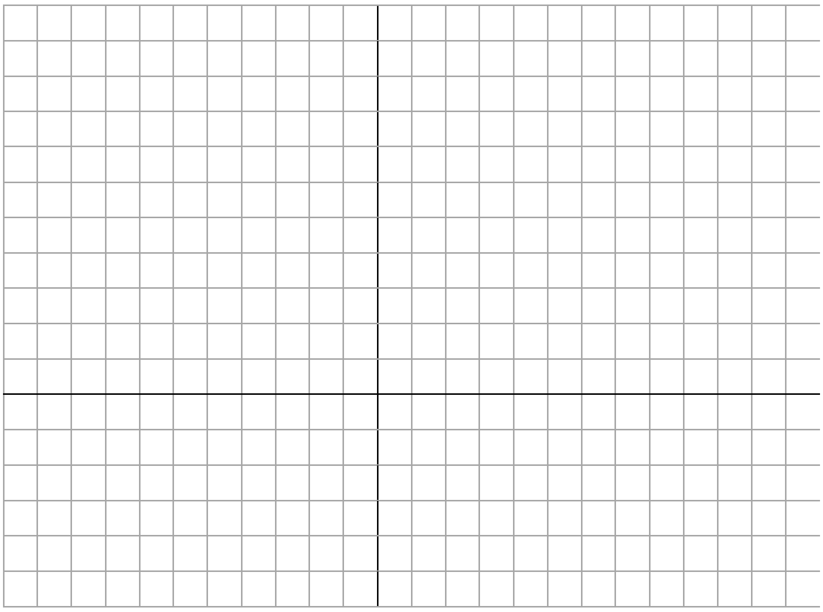
* Busca en las gráficas logarítmicas la abscisa correspondiente a la ordenada -1, entonces podemos decir que el punto (…… , -1) pertenece a la gráfica.

<u>EN GENERAL</u>: TODAS LAS FUNCIONES LOGARÍTMICAS DEL TIPO $y = \log_a x$ PASAN POR LOS PUNTOS (1 ; …..) ; (…… ; 1) Y (…….. ; -1)

Como la curva se acerca indefinidamente al eje “……..” pero sin cortarlo, se dice que el mismo es asíntota de la función. Por lo tanto x**=0** es **asíntota ……………………** de la función.

- Comparemos la función exponencial con la logarítmica. Representa las siguientes funciones.

x	1) $y=2^x$	2) $y = \log_2 x$
-3		-
-2		-
-1		-
0		-
1/8	-	
1/2	-	
1		
2		
4		



<u>CONCLUSIÓN</u>: LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA ES LA FUNCIÓN INVERSA DE LA EXPONENCIAL y sus gráficas son simétricas respecto a la bisectriz del 1er y 3er. cuadrante.

- Comparemos la función exponencial y la función logarítmica. Completa según corresponda:

	Func. Exponencial	**Func. Logarítmica**
Dominio		
Imagen		
∩ con el eje x (raíces)		
∩ con el eje y		
Asíntota		
Las curvas pasan por el punto		
Variación de **a** (crec. / decrec.)		

Actividades:

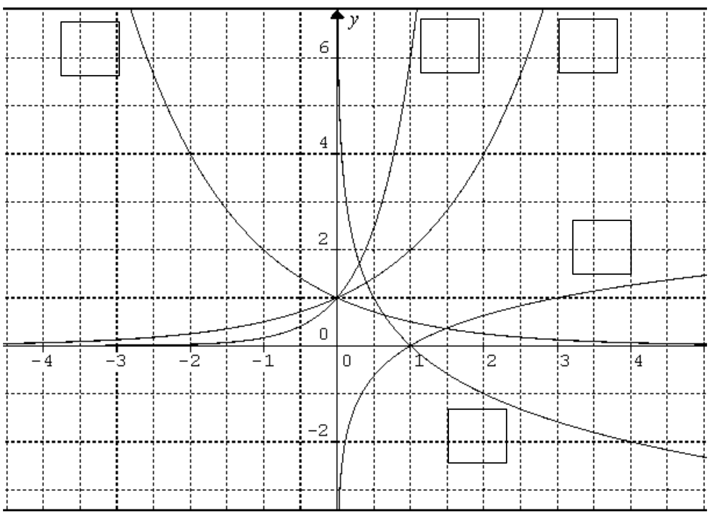
1) Representa gráficamente las siguientes funciones (sin tabla, teniendo en cuenta los 3 puntos clave vistos anteriormente)

a) $y = 4^x$ b) $y = (1/4)^x$ c) $y = 5^x$ d) $y = (1/5)^x$ e) $y= \log_4 x$ f) $y= \log_{1/4} x$

1.1) Completa el siguiente cuadro teniendo en cuenta las funciones anteriores

Función	Dm	Im	∩ eje x	∩ eje y	Asíntota	Pasa por los ptos. (2)	Crec. o decrec.
a) $y = 4^x$							
b) $y = (1/4)^x$							
c) $y = 5^x$							
d) $y = (1/5)^x$							
e) $y= \log_4 x$							
f) $y= \log_{1/4} x$							

2) Completa con el número de la fórmula que corresponda dentro de la gráfica



1: $y = (1/2)^x$

2: $y = \log_3 x$

3: $y = 6^x$

4: $y = \log_{1/2} x$

5: $y = 2^x$

ECUACIONES EXPONENCIALES:

Son aquellas en las que la incógnita aparece en el exponente o en más de uno.

Ejemplos:

Ej. 1) $5^{4x-7} = 125$
$5^{4x-7} = 5^3$
$4x-7 = 3$
$4x = 3 + 7$
$x = 10/4$
$x = 5/2$

o $4x - 7 = \log_5 125$
$4x - 7 = 3$
$4x = 3 + 7$
$x = 10/4$
$x = 5/2$

Ej. 2) $3^{x+2} = 9^{x-1}$
$3^{x+2} = (3^2)^{x-1}$
$3^{x+2} = 3^{2x-2}$
$x+2 = 2x-2$
$x - 2x = -2 - 2$
$-x = -4$
$x = 4$

Ej. 3) $3.2^x + 2^{x-1} = 14$

$3.2^x + 2^x \,.\, 2^{-1} = 14$

$3.2^x + 2^x.1/2 = 14$

$(3+1/2).2^x = 14$

$7/2 \,.\, 2^x = 14$

$2^x = 14 \,.\, 2/7$

$2^x = 2^2$

$x = 2$

Ej. 4) $3^{x-1/2} = \sqrt[x]{3^{x+1}}$

$3^{x-1/2} = 3^{\frac{x+1}{x}}$

$x - 1/2 = \frac{x+1}{x}$

$(x - 1/2) \,.\, x = x+1$

$x^2 - 1/2x = x + 1$

$x^2 - 1/2x - x - 1 = 0$

$x^2 - 3/2x - 1 = 0$

aplicando la fórmula resol-
vente (ecuación de 2do. grado)

$x = 2$ y $x = -1/2$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $3^{5x+2} = 243$ (3/5)	2) $10^{3x-2} = 1000$ (5/3)	3) $27^x = (1/3)^{2x}$ (0)
4) $3^{2x+1} - \sqrt[x]{27} = 0$ (1 y -3/2)	5) $2^{x-3/2} = \sqrt[x]{2^{x-1}}$ (2 y 1/2)	6) $27 \,.\, 3^{2x+3} = 9^{3x}$ (3/2)
7) $2^{x+4} + 2^{x+2} = 10$ (-1)	8) $4.7^x - 7^{x+1} = -147$ (2)	9) $3^x + 3^{x+2} = 10/3$ (-1)
10) $2^x + 2^{x+3} + 2^{x-1} = 19/4$ (-1)	11) $3^{3x-1} - 1 = 0$ (1/3)	12) $(1/2)^x - 5.(1/2)^{x+1} + 24 = 0$ (-4)
13) $2^{x+1} = 32$ (4)	14) $\sqrt{5} \,.\, (1/5)^{2x-4} = 25^{3x}$ (9/16)	15) $3^{x+2} - 3^{-3x+10} = 0$ (2)
16) $2^{x+1} - 2^{x-3} + 2^x = 23$ (3)	17) $5.2^{x-1} - 1/3.2^{x+2} = 7/12$ (-1)	18) $2^{1-x^2} = 1/8$ (-2 y 2)
19) $7^{3x-2} = 1$ (2/3)	20) $2^{x-1} = \sqrt[x]{2^{x+15}}$ (-3 y 5)	21) $4^{x-1} = \sqrt[x]{2^{x-1}}$ (1/2 y 1)